

*Huom.* Tehtävä 3 on kotitehtävä, jonka mallivastaus käydään läpi vasta seuraavissa laskuharjoituksissa. Palauta vastauksesi ennen seuraavia harjoituksia (11.4.) tietoverkkolaboratorion ilmoitustaulun alla olevaan kurssin lokeroon (G-siipi, 2. kerros), tai suoraan assistentille seuraavien harjoitusten (11.4.) alussa.

1. Simuloi tapahtumapohjaisesti M/M/1-FIFO-jonon (parametrein  $\lambda = 1/2$  ja  $\mu = 1$ ) jononpituuden  $Q(t)$  kehitystä hetkestä 0 hetkeen  $T = 2000$  olettaen, että systeemi on alussa tyhjä,  $Q(0) = 0$  (ks. luennon 9 kalvot 13-18). Jononpituuteen  $Q(t)$  lasketaan kaikki hetkellä  $t$  systeemissä olevat asiakkaat, sekä odottavat että palvelussa oleva. Toteuta simulointi Matlabilla tai C:llä käyttäen satunnaislukujen generointiin sopivia kirjastofunktioita. Tee  $n = 100$  riippumatonta simulointiajota (ts. käytä satunnaislukujen generoinnissa eri siemenlukua eri simulointiajoissa). Laske kussakin simulointiajossa keskimääräinen jononpituus  $X$  aikavälillä  $[T_0, T]$ , missä  $T_0 = 1000$ , kaavasta

$$X = \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^T Q(t) dt.$$

Näin saat  $n$  havaintoa  $X_1, X_2, \dots, X_n$  kyseisestä suureesta.

- a) Tulosta näistä havainnoista lasketut keskiarvot  $\bar{X}_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ .
  - b) Tulosta lisäksi näistä havainnoista lasketut otoshajonnat  $S_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ .
  - c) Laske ja tulosta lopuksi havaintojen keskiarvojen  $\bar{X}_m$ ,  $m = 10, 20, \dots, 100$ , luottamusvälit 95%:n luottamustasolla olettaen, että havainnot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen normaalijakaumaa, jonka varianssi on kuitenkin tuntematon. (Osa tarvittavista Studentin  $t$ -jakauman fraktilleista löytyy tehtäväpaperin kääntöpuolelta; puuttuvat on helppo interpoloida.)
2. Modifioi tehtävässä 1 toteutettua simulointiohjelmaa siten, että asiakkaiden palveluaika on vakio 1 (eikä Exp(1)-jakaumasta). Kyseessä on siis M/D/1-FIFO jonomalli. Tee samat tilastolliset analyysit kuin tehtävässä 1.
  3. *Kotitehtävä* (deadline 11.4. klo 9.00):  
Jatketaan edellisten tehtävien simulointitulosten tarkastelua.
    - a) Arvioi tehtävän 1 tulosten perusteella, kuinka monta simulointiajota olisi tarvittu 0.1 %:n suhteellisen tarkkuuden saavuttamiseksi. Suhteellisella tarkkuudella tarkoitetaan tässä yhteydessä havainnoista lasketun otoskeskiarvon hajonnan ja odotusarvon välistä suhdetta.
    - b) Tee sama tarkastelu tehtävän 2 tulosten perusteella.

$n$	$t_{n,0.975}$
1	12.7
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.37
8	2.31
9	2.26
10	2.23
19	2.09
20	2.09
30	2.04
40	2.02
50	2.01
100	1.98
$\infty$	1.96

Taulukko 1: Student( $n$ )-jakauman fraktiili  $t_{n,0.975}$ .