



## 3. Esimerkkejä eri järjestelmien mallintamisesta (osa 2)

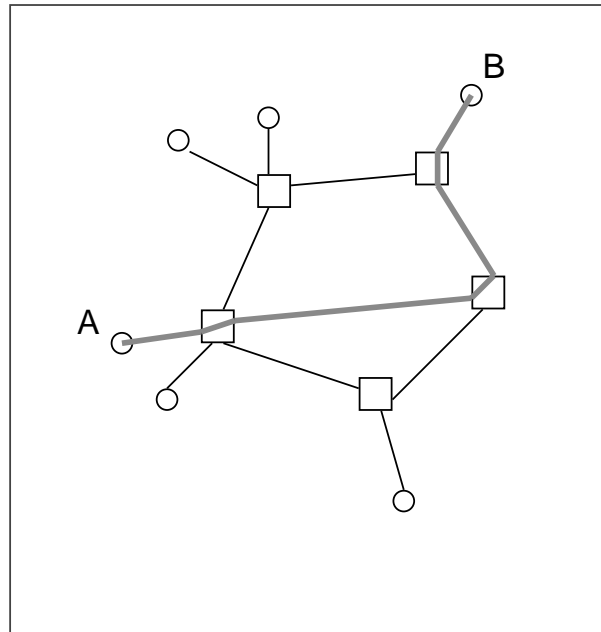
### 3. Esimerkkejä eri järjestelmien mallintamisesta (osa 2)

#### Sisältö

- Piirikytkentäisen verkon mallinnus estoverkkona
- Pakettikytkentäisen verkon mallinnus jonoverkkona

## Piirikytkentäisen verkon malli (1)

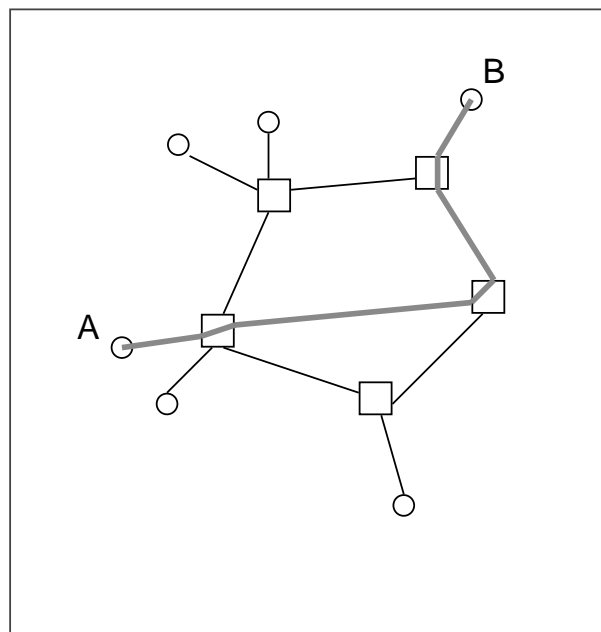
- Tarkastellaan piirikytkentäistä verkkoa (esim. puhelinverkko)
- Liikenne:
  - Asiakkaita ovat saapuvat yhteyspyynnöt. Liikenne muodostuu järjestelmään päässeistä kutsuista (puheluista), jotka varaavat yhden kanavan per linkki.
- Järjestelmä:
  - päätelaitteet (puhelimet)
  - niitä verkkoon yhdistävät linkit (tilaajajohdot)
  - verkon solmut (keskukset)
  - niiden väliset linkit (keskusten väliset yhdysjohdot)



3

## Piirikytkentäisen verkon malli (2)

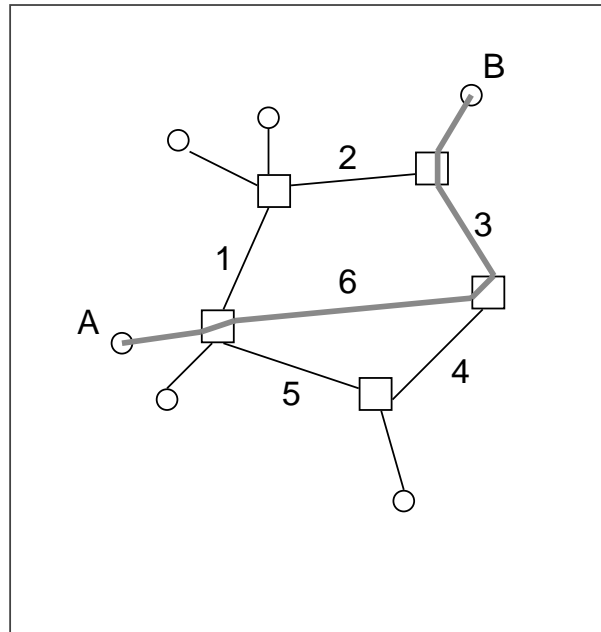
- Palvelun laatu:
  - Palvelun laatua kuvaa tn, millä haluttua yhteyttä ei pystytä muodostamaan (verkon rajallisista resursseista johtuen). Tätä sanotaan **päästä-päähän estoksi** (end-to-end blocking).
- Mallissa oletetaan, että
  - kaikki verkon solmut ja koko liityntäverkko ovat estottomia
- Näin ollen, kutsu estyy
  - täsmälleen silloin, kun kutsun saapuessa vähintään yksi kutsun reittiin kuuluva runkoverkon linkki on täysi (so. kaikki kanavat varattuina)



4

## Linkit $j = 1, \dots, J$

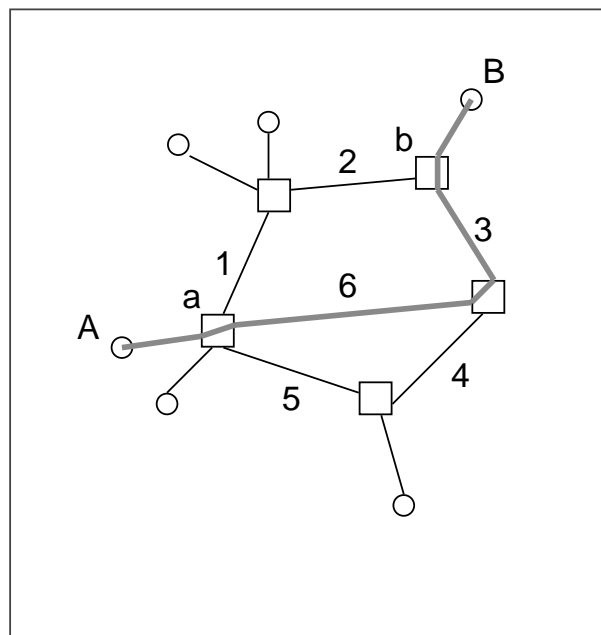
- Mallissa oletetaan, että
  - kaikki linkit ovat **kaksi-suuntaisia** (miksi?)
- Merk.  $J$ :llä runkoverkon linkkien lkm:ää, ja indeksoidaan niitä  $j$ :llä:
  - $j = 1, \dots, J$
  - kuvassa:  $J = 6$
- Merk.  $n_j$ :llä linkin  $j$  kapasiteettia (rinnakkaisten kanavien lkm)
  - $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_J)$
- Yksittäiset linkit mallinnetaan **puhtaina menetysjärjestelminä**



5

## Reitit $r = 1, \dots, R$

- Määr. **reitti** joukoksi linkejä, jotka yhdistävät kaksi runkoverkon solmua toisiinsa.
- Merk.  $R$ :llä eri reittien lkm:ää, ja indeksoidaan niitä  $r$ :llä:
  - $r = 1, \dots, R$
  - kuvassa:  
 $R = 12 + 10 + 7 + 3 = 32$
  - esim. verkon solmujen a ja b välillä on kolme eri reittiä:  
 $\{1,2\}, \{6,3\}, \{5,4,3\}$
- Merk.  $d_{jr} = 1$ , jos linkki  $j$  kuuluu reitille  $r$  (muuten  $d_{jr} = 0$ )
  - $\mathbf{D} = (d_{jr} | j = 1, \dots, J; r = 1, \dots, R)$



6

## Yhteysluokat ja verkon tila

- Oletetaan sitten, että
  - yhteydet reititetään aina samalla tavalla läpi verkon
  - tätä kutsutaan **kiinteäksi reititykseksi** (fixed routing)
  - ed. kalvon kuvassa: käyttäjien A ja B väliseksi reitiksi on valittu {6,3}.
- Näin ollen
  - kaikki samaa reittiä noudattavat yhteydet kokevat saman päästä-päähän eston.
- Reitti siis määrää yhteyspyynnön **luokan** (class)
  - ed. kalvon kuvassa: esim. käyttäjien A ja B välinen yhteys kuuluu reittiä {6,3} vastaavaan luokkaan
- Merkitään  $x_r$ :llä reittiä  $r$  noudattavien yhteyksien lkm:ää
  - $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_R)$
- Vektoria  $\mathbf{x}$  kutsutaan verkon **tilaksi** (state)

7

## Tila-avaruus S

- Reitillä olevien linkkien kapasiteetti asettaa seuraavan ylärajan yhtäaikaisten yhteyksien lkm:lle (kaikilla linkeillä  $j$ ):

$$\sum_{r=1}^R d_{jr} x_r \leq n_j \quad \text{kaikilla } j$$

- Sama vektorimuodossa:

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{n}$$

- Mahdollisten tilojen joukko eli **tila-avaruus**  $S$  (state space) on siten

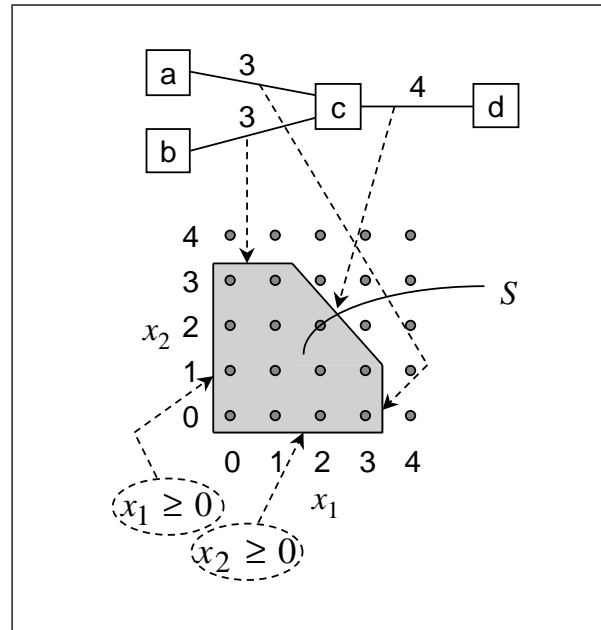
$$S = \{\mathbf{x} \geq 0 \mid \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{n}\}$$

- Huom. Tila-avaruus on  $R$ -ulotteinen ja äärellinen (miksi?)

8

## Esimerkki

- 3 linkkiä kapasiteetein:
  - linkki a-c: 3 kanavaa
  - linkki b-c: 3 kanavaa
  - linkki c-d: 4 kanavaa
- 2 reittiä:
  - reitti a-c-d
  - reitti b-c-d
  - Huom. muut 4 reittiä (mitkä?)  
sivutetaan tässä esimerkissä
- Tila-avaruus:
  - $S = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1)\}$



9

## Luokkakohtaiset estottomat tilat $S_r$

- Tarkastellaan
  - luokkaan  $r$  kuuluvaa (so. reitille  $r$  tarjottua) yhteyspyyntöä
- **Se ei esty**, jos
  - kaikilla ko. reitin varrella olevilla linkeillä  $j$  on ainakin yksi vapaa kanava:

$$\sum_{r'=1}^R d_{jr'} x_{r'} \leq n_j - 1 \quad \text{kaikilla } j \in r$$

- Sama vektorimuodossa ( $\mathbf{e}_r$  on yksikkövektori suuntaan  $r$ ):

$$\mathbf{D} \cdot (\mathbf{x} + \mathbf{e}_r) \leq \mathbf{n}$$

- Luokan  $r$  **estottomien tilojen joukko**  $S_r$  (non-blocking states) on siten

$$S_r = \{\mathbf{x} \geq 0 \mid \mathbf{D} \cdot (\mathbf{x} + \mathbf{e}_r) \leq \mathbf{n}\}$$

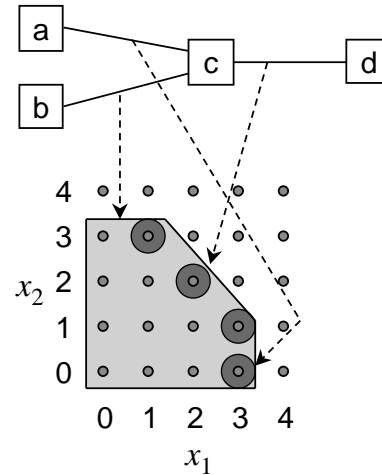
10

## Luokakohtaiset estotilat $S_r^B$

- Luokan  $r$  **estotilojen joukko**  $S_r^B$  (blocking states) on selvästikin:

$$S_r^B = S \setminus S_r$$

- Jos siis systeemi on jossakin näistä estotiloista uuden, luokkaan  $r$  kuuluvan yhteyspyynnön saapuessa, ko. yhteyspyyntö estyy eikä yhteyttä synny.
- Esimerkki (jatkoa):
  - Luokan 1 (siis reittiä a-c-d käyttävien) kutsujen estotilat  $S_1^B$  on merkitty kuvaan.
  - $S_1^B = \{ (1,3), (2,2), (3,1), (3,0) \}$



11

## Tilatodennäköisyydet (1)

- Oletetaan, että
  - kullekin reitille  $r$  tulee uusia yhteyspyyntöjä (muista reiteistä riippumattoman) Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda_r$ ,
  - kaikkien yhteyksien pitoajat ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita keskiarvonaan  $h$
- Merkitään  $a_r$ :llä luokan  $r$  liikenneintensiteettiä:
  - $a_r = \lambda_r h$

12

## Tilatodennäköisyydet (2)

- Tällöin voidaan osoittaa, että (minkä tahansa) tilan  $\mathbf{x} \in S$  todennäköisyys  $\pi(\mathbf{x})$  on ns. tasapainotilanteessa (steady state)

$$\pi(\mathbf{x}) = G^{-1} \cdot \prod_{r=1}^R f_r(x_r)$$

missä  $G$  on ns. normeerausvakio (normalizing constant)

$$G = \sum_{\mathbf{x} \in S} \prod_{r=1}^R f_r(x_r)$$

ja funktiot  $f_r(x_r)$  määritellään kaavalla

$$f_r(x_r) = \frac{a_r^{x_r}}{x_r!}$$

## Tilatodennäköisyydet (3)

- Tilatodennäköisyyttä  $\pi(\mathbf{x})$  sanotaan **tulomuotoiseksi** (product-form)
  - Kyseessä **ei** kuitenkaan ole eri luokkiin kuuluvien yhteyksien lkm:ien **riippumattomuus**, vaan niitä "sitoo" normeerausvakio  $G$  (joka puolestaan riippuu yhtäaikaan kaikkien luokkien tiloista).
  - Perimmäinen syy eri luokkien riippuvuuksille on äärellisten resurssien jakaminen.
  - Jos resurssit olisivat äärettömät (ts. kaikilla linkeillä olisi riittävästi kapasiteettia), eri luokat olisivat toisistaan riippumattomia.

## PASTA

- Tarkastellaan, hetken ajan,
  - mitä tahansa yksinkertaista liikenneteoreettista mallia (kts. luennon 1 kalvo 17), johon asiakkaat saapuvat Poisson-prosessin mukaisesti
- Niin sanotun **PASTA**-ominaisuuden (Poisson Arrivals See Time Averages) mukaan,
  - saapuvat asiakkaat (jotka siis noudattavat Poisson-prosessia) näkevät systeemin tasapainotilanteessa
- Tämä on tärkeä havainto
  - sovellettavissa monessa tilanteessa
- Sitä voidaan esimerkiksi käyttää
  - päästä-päähän eston laskemiseen edellä esitettyssä piirikytkentäisen verkon mallissa, jossa oletettiin uusien kutsujen saapuvan Poisson-prosessin mukaisesti

15

## Päästä-päähän eston laskenta: tarkka kaava

- Todennäköisyys, että systeemi on (tasapainotilanteessa) luokkaan  $r$  liittyvässä estotilassa on selvästikin

$$\sum_{\mathbf{x} \in S_r^B} \pi(\mathbf{x})$$

- Tällaista tn:ttä sanotaan luokan  $r$  päästä-päähän **aikaestoksi** (time blocking).
- PASTA-ominaisuuden nojalla taas voidaan päätellä, että
  - luokkaan  $r$  kuuluvien yhteyksien kokema päästä-päähän **kutsuesto** (call blocking) saadaan täsmälleen samalla kaavalla:

$$B_r = \sum_{\mathbf{x} \in S_r^B} \pi(\mathbf{x})$$

- Huom. Tässä tilanteessa siis päästä-päähän aika- ja kutsuestot ovat samoja, ja voidaan lyhyesti puhua päästä-päähän estosta.

16



## Esimerkki

- Jatketaan kalvoilla 9 ja 11 esitetyn esimerkin tarkastelua
- Luokan 1 päästä-päähän estoksi  $B_1$  tulee

$$B_1 = \pi(1,3) + \pi(2,2) + \pi(3,0) + \pi(3,1) =$$

$$\frac{a_1^1 a_2^3}{1!3!} + \frac{a_1^2 a_2^2}{2!2!} + \frac{a_1^3}{3!} \left( 1 + \frac{a_2^1}{1!} \right)$$

$$\left( 1 + \frac{a_2^1}{1!} + \frac{a_2^2}{2!} + \frac{a_2^3}{3!} \right) + \frac{a_1^1}{1!} \left( 1 + \frac{a_2^1}{1!} + \frac{a_2^2}{2!} + \frac{a_2^3}{3!} \right) + \frac{a_1^2}{2!} \left( 1 + \frac{a_2^1}{1!} + \frac{a_2^2}{2!} \right) + \frac{a_1^3}{3!} \left( 1 + \frac{a_2^1}{1!} \right)$$

## Approksimatiivisia menetelmiä

- Käytännössä edellä esitetyn **tarkan** kaavan soveltaminen on äärimmäisen vaikeaa, jopa mahdotonta, sillä
  - verkon kasvaessa tila-avaruus  $S$  suorastaan “räjähtää”
  - selitys: jokainen uusi reittivaihtoehto tuo tila-avaruuteen uuden ulottuvuuden  $\Rightarrow$  tila-avaruus kasvaa eksponentiaalista vauhtia
- Sen vuoksi onkin kehitetty erilaisia **approksimatiivisia** menetelmiä päästä-päähän eston laskemiseksi, esim.
  - yksinkertainen **tulorajamenetelmä** (product bound)
  - monimutkaisempi **vähennetyin kuorman menetelmä** (reduced load approximation, Erlang fixed point approximation)
- Kummassakin menetelmässä pyritään
  - ensin arvioimaan linkkikohtaiset estot (jotka ovat samoja kaikille samassa linkissä kulkeville yhteysluokille)
  - ja sen jälkeen päästä-päähän estot olettaen, että yhteyden estyminen tapahtuu eri linkeissä toisistaan riippumatta.

## Tulorajamenetelmä (1)

- Tarkastellaan ensin estoa  $B(j)$  yksittäisessä linkissä  $j$ 
  - Merkitään  $R(j)$ :llä niiden reittien  $r$  joukkoa, jotka kulkevat linkin  $j$  kautta
- Jos verkon kaikkien **muiden linkkien** kapasiteetti olisi ääretön,
  - **ko. linkki** voitaisiin mallintaa puhtaana estojärjestelmänä, johon saapuu asiakkaita Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda(j)$ , missä

$$\lambda(j) = \sum_{r \in R(j)} \lambda_r$$

- Tässä tapauksessa esto voitaisiin laskea Erlangin kaavasta:

$$B(j) \approx \text{Erl}(n_j, \sum_{r \in R(j)} a_r)$$

- Kyseessä on tosiaan approksimaatio, sillä todellisuudessa linkille  $j$  tarjottu liikenne tulee muiden linkkien aiheuttamien estojen vuoksi olemaan tätä pienempi (eikä edes Poisson-tyyppistä).

19

## Tulorajamenetelmä (2)

- Arvioidaan sitten luokan  $r$  kokemaa päästä-päähän estoa  $B_r$ 
  - Merkitään  $J(r)$ :llä niiden linkkien joukkoa, joitten kautta reitti  $r$  kulkee
  - Huom. luokkaan  $r$  kuuluva saapuva kutsu estyy täsmälleen silloin, kun se estyy yhdessäkin linkissä  $j \in J(r)$
- Jos eri linkit aiheuttaisivat estoa toisistaan riippumatta (mikä myöskään ei ainakaan tarkkaan ottaen voi pitää paikkaansa),
  - luokkaan  $r$  kuuluva saapuva kutsu estyisi todennäköisyydellä

$$B_r \approx 1 - \prod_{j \in J(r)} (1 - B(j))$$

- Huom. Jos  $B(j)$ :t ovat (hyvin) pieniä, voimme käyttää summakaavaa:

$$B_r \approx \sum_{j \in J(r)} B(j)$$

20

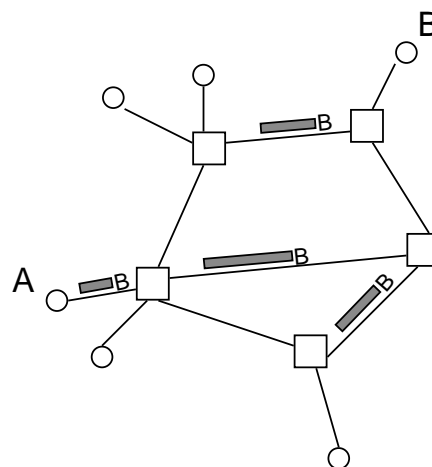
## Sisältö

- Piirikytkentäisen verkon mallinnus estoverkkona
- Pakettikytkentäisen verkon mallinnus jonoverkkona

21

## Pakettikytkentäisen verkon malli (1)

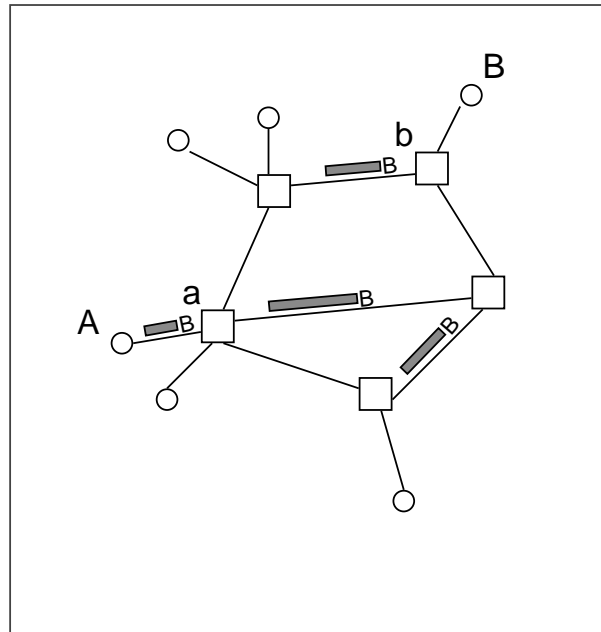
- Tarkastellaan pakettikytkentäistä verkkoa (esim. Internet-verkon jotain osaa)
- Liikenne:
  - Liikenne muodostuu verkossa liikkuvista paketeista, joilla on aina lähtöpiste (kuvassa: A) ja määränpää (kuvassa: B). Paketit kilpailevat verkon resursseista jonotusperiaatteella.
- Järjestelmä:
  - päätelaitteet (verkossa olevat työasemat ja palvelimet)
  - niitä verkkoon yhdistävät linkit
  - verkon solmut (reitittimet)
  - niiden väliset linkit



22

## Pakettikytkentäisen verkon malli (2)

- **Palvelun laatu:**
  - Palvelun laatua kuvaa esim. paketin kokema keskimääräinen viive. Tätä sanotaan **päästä-päähän viiveeksi** (end-to-end delay).
- Rajoitetaan kuitenkin tarkastelu
  - **runkoverkon aiheuttamaan viiveeseen**
  - kuvassa: paketin kokema viive matkalla reitittimen a sisään-tulosta reitittimen b ulosmenoon
  - implisiittisesti siis oletetaan, että liityntäverkon aiheuttama viive (tai oikeammin: viiveenvaihtelu) on vähäinen



23

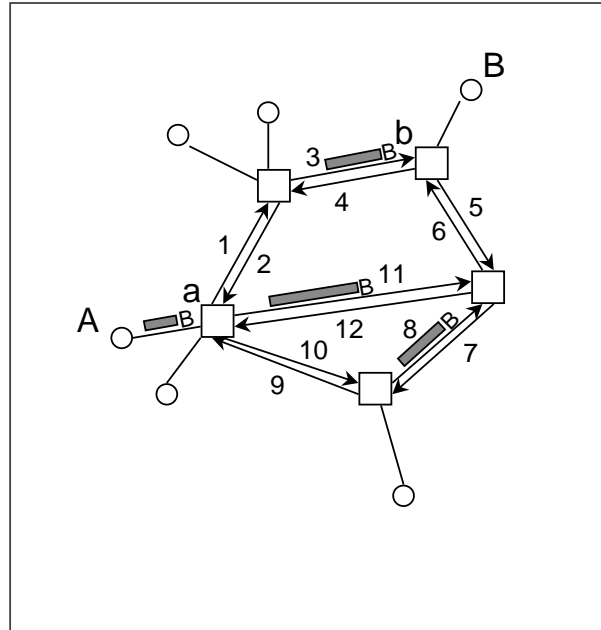
## Päästä-päähän viiveen komponentit

- Runkoverkon aiheuttama viive jakaantuu
  - signaalin etenemisviiveeksi (propagation delay) linkeillä
  - lähetysviiveeksi (transmission delay) linkeillä
  - prosessointiviiveiksi (processing delay) solmuissa
  - erilaisiksi jonotusviiveiksi (queueing delay) sekä ennen lähetystä että ennen prosessointia
- Huom.
  - etenemis- ja lähetysviiveet ovat deterministisiä
  - prosessointiviiveet ovat (tyypillisesti) satunnaisia
  - jonotusviiveet ovat (aina) satunnaisia
- Seuraavaksi esitettävä liikenneteoreettinen malli
  - huomioi lähetysviiveet sekä lähetykseen liittyvät jonotusviiveet
  - mutta jättää huomioitta etenemisviiveet, prosessointiviiveet sekä prosessointiin liittyvät jonotusviiveet (jälkimmäisten viiveiden huomioonotto vaatisi mallin laajennuksen; mieti miten)

24

## Linkit $j = 1, \dots, J$

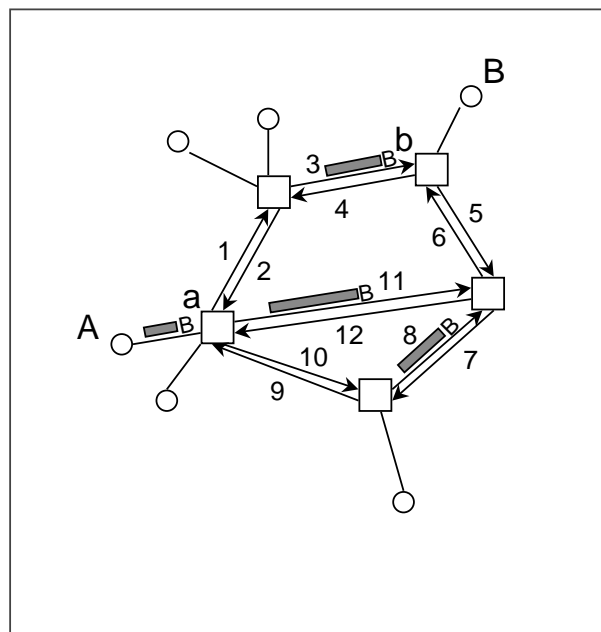
- Mallissa oletetaan (toisin kuin piiriyhteyden tapauksessa), että
  - kaikki linkit ovat **yksisuuntaisia** (miksi?)
- Merk.  $J$ :llä runkoverkon linkkien lkm:ää, ja indeksoidaan niitä  $j$ :llä:
  - $j = 1, \dots, J$
  - kuvassa:  $J = 12$
- Merk.  $C_j$ :llä linkin  $j$  kapasiteettia (bittinä/s)



25

## Reitit $r = 1, \dots, R$

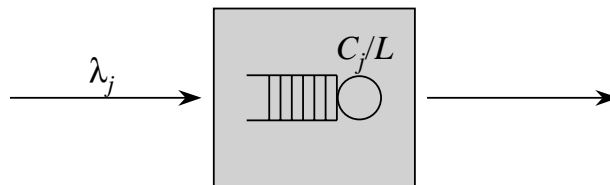
- Määritellään **reitti** tarkoittamaan (tässä yhteydessä) järjestettyä joukkoa (yksisuuntaisia) linkkejä, jotka yhdistävät kaksi runkoverkon solmua (so. lähdesolmun ja määränpääsolmun) toisiinsa
- Merk.  $R$ :llä eri reittien lkm:ää, ja indeksoidaan niitä  $r$ :llä:
  - $r = 1, \dots, R$
  - kuvassa:  
 $R = 2 * (12 + 10 + 7 + 3) = 64$
  - lisäksi esim. solmusta a on kolme eri reittiä solmuun b:  
 $(1,3), (11,6), (10,8,6)$
  - näillä reiteillä: solmu a on lähde ja solmu b on määränpää



26

## Yksittäisen linkin malli

- Yksittäinen linkki mallinnetaan
  - yhden palvelijan ( $n = 1$ ) **puhtaana jonotusjärjestelmänä**, jossa on siis ääretön määrä odotuspaikkoja ( $m = \infty$ )
- Merkitään
  - $\lambda_j$  = pakettien saapumisintensiteetti linkkiä  $j$  vastaavaan jonoon (pakettia/s)
  - $L$  = keskimääräinen paketin pituus (bitteinä)
  - $1/\mu_j = L/C_j$  = keskimääräinen paketin lähetysaika linkillä  $j$  (s)
- Stabiilisuusvaatimus:  $\lambda_j < \mu_j$



27

## Pakettien saapumisintensiteetit linkeille

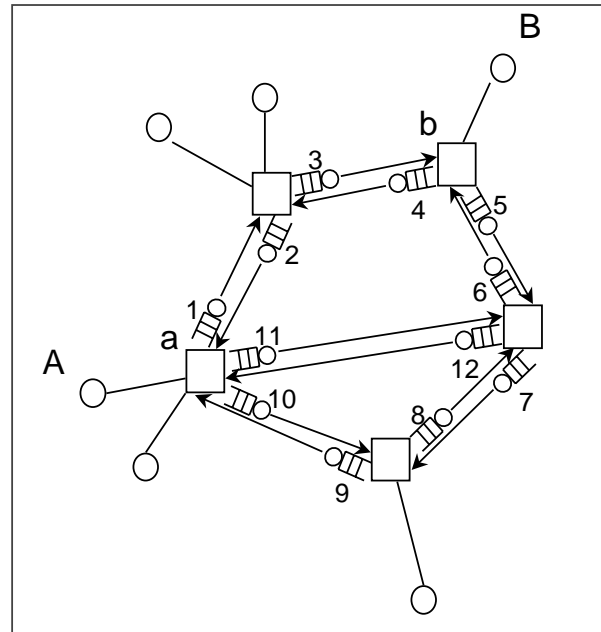
- Oletetaan tunnetuiksi:
  - $\lambda(r)$  = reittiä  $r$  noudattavien pakettien saapumisintensiteetti (pakettia/s)
  - $R(j)$  = linkin  $j$  kautta kulkevien reittien joukkoa
    - nämä reitit selviävät runkoverkon solmujen reititystauluista, jotka kertovat (yleensä pelkästään määränpääosoitteen perusteella), mille linkille mikin paketti seuraavaksi reititetään
- Tällöin saamme linkkikohtaiset saapumisintensiteetit kaavalla

$$\lambda_j = \sum_{r \in R(j)} \lambda(r)$$

28

## Jonoverkkomalli

- Reittiä  $r$  kulkevan paketin runkoverkossa kokema viive koostuu (yksinkertaistetussa mallissamme)
  - reitin varrella olevien jonojen aiheuttamista jonotus- ja lähetysviiveistä (niiden summana)
- Huom.
  - Keskimääräinen päästä-päähän viive on sama kaikille samaa reittiä noudattaville paketeille
- Reitti siis määrää paketin **luokan**



29

## Tila-avaruus $S$

- Merkitään  $x_j$ :llä jonossa  $j$  olevien pakettien lkm:ää (sisältäen mahdollisen lähetyksessä olevan paketin)
  - $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_j)$
- Vektoria  $\mathbf{x}$  kutsutaan systeemin **tilaksi** (state)
  - Yksityiskohtaisempaa tilakuvausta (sisältäen paikka- ja luokkatiedon kustakin jonossa olevasta paketista) ei jäljempänä tehtävien oletusten vuoksi tarvita!
- Koska  $x_j$  voi saada mitä tahansa ei-negatiivisia kokonaislukuarvoja, **tila-avaruudeksi**  $S$  tulee

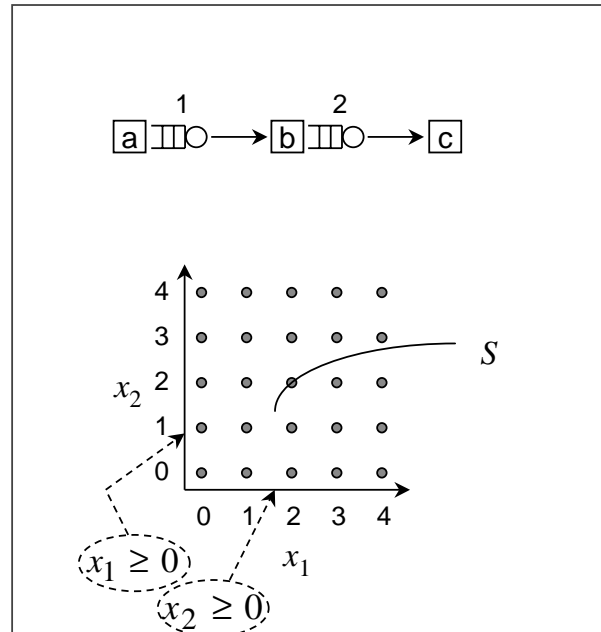
$$S = \{\mathbf{x} \geq 0\}$$

- Huom. Tässä tapauksessa tila-avaruus on siis **ääretön**

30

## Esimerkki

- 2 linkkiä:
  - linkki a-b
  - linkki b-c
- 3 reittiä:
  - reitti a-b
  - reitti b-c
  - reitti a-b-c
- Tila-avaruus:
  - $S = \{(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1), (1,2), (0,3), \dots\}$



31

## Tilatodennäköisyydet (1)

- Oletetaan, että
  - kullekin reitille  $r$  generoituu (toisistaan riippumatta) uusia paketteja Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda(r)$
  - kaikkien pakettien pituudet ovat riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita keskiarvoon  $L$
- Tällöin
  - uusia, linkin  $j$  kautta lähetettäviä paketteja saapuu Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda_j$ , missä

$$\lambda_j = \sum_{r \in R(j)} \lambda(r)$$

- ko. pakettien lähetysajat ovat riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita keskiarvoon  $1/\mu_j = L/C_j$

32



## Tilatodennäköisyydet (2)

- Oletetaan lisäksi, että
  - systeemi on **stabiili**:  $\lambda_j < \mu_j$  kaikilla  $j$
  - paketin siirtyessä jonosta toiseen sen pituus arvotaan riippumattomasti uudestaan em. jakaumasta
    - ns. **Kleinrockin riippumattomuusoletus** (independence assumption)
- Tällöin voidaan osoittaa, että (minkä tahansa) tilan  $\mathbf{x} \in S$  todennäköisyys  $\pi(\mathbf{x})$  on ns. tasapainotilanteessa (steady state)

$$\pi(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^J (1 - \rho_j) \rho_j^{x_j}$$

missä  $\rho_j$  viittaa linkin  $j$  liikennekuormaan:

$$\rho_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j} = \frac{\lambda_j L}{C_j} < 1$$

33

## Tilatodennäköisyydet (3)

- Tilatodennäköisyyttä  $\pi(\mathbf{x})$  sanotaan (jälleen) **tulomuotoiseksi**
  - Pakettien lkm:t eri jonoissa ovat (jopa) toisistaan **riippumattomia** (miksi?)
- Yksittäiset jonot  $j$  käyttäytyvät kuten M/M/1 jonosysteemit:
  - pakettien lkm jonossa  $j$  noudattaa geometrista jakaumaa keskiarvolla

$$\bar{X}_j = \frac{\rho_j}{1 - \rho_j}$$

34

## Keskimääräinen viive runkoverkossa

- Tarkastellaan sitten reittiä  $r$  noudattavien pakettien kokemaa keskimääräistä (runkoverkon aiheuttamaa) viivettä
  - Merk.  $J(r)$ :llä reittiin  $r$  kuuluvien linkkien joukkoa
- Littlen kaavan nojalla keskimääräinen paketin kokema kokonaisviive jonossa  $j$  (sisältäen sekä jonotus- että lähetysviiveen) tulee olemaan

$$\bar{T}_j = \frac{\bar{X}_j}{\lambda_j} = \frac{1}{\lambda_j} \cdot \frac{\rho_j}{1 - \rho_j} = \frac{1}{\mu_j - \lambda_j}$$

- Reittiä  $r$  noudattavien pakettien kokemaksi keskimääräiseksi kokonaisviiveeksi tulee siten

$$\bar{T}(r) = \sum_{j \in J(r)} \bar{T}_j = \sum_{j \in J(r)} \frac{1}{\mu_j - \lambda_j}$$

35

THE END



36