Huom. Tehtävä 3 on kotitehtävä, jonka mallivastaus käydään läpi vasta seuraavissa laskuharjoituksissa. Palauta vastauksesi ennen seuraavia harjoituksia (10.4.) tietoverkkolaboratorion ilmoitustaulun alla olevaan kurssin lokeroon (G-siipi, 2. kerros), tai suoraan assistentille seuraavien harjoituksien (10.4.) alussa.

1. Simuloi tapahtumapohjaisesti M/M/1-FIFO-jonon (parametrein $\lambda = 1/2$ ja $\mu = 1$) jononpituuden $Q(t)$ kehitystä hetkestä 0 hetkeen $T = 2000$ olettaen, että systeemi on alussa tyhjä, $Q(0) = 0$ (ks. luennon 9 kalvot 13-18). Jonopituuteen $Q(t)$ lasketaan kaikki hetkellä t systeemissä olevat asiakkaat, sekä odottavat että palvelussa oleva. Toteuta simulointi Matlabilla tai C:llä käyttäen satunnaislukujen generointiin sopivia kirjastofunktioita. Tee $n = 100$ riippumatonta simulointiajoa (ts. käytä satunnaislukujen generoinnissa eri siemenlukua eri simulointiajoissa). Laske kussakin simulointiajossa keskimääräinen jononpituus X aikavälillä $[T_0, T]$, missä $T_0 = 1000$, kaavasta

$$X = \frac{1}{T - T_0} \int_{T_0}^{T} Q(t)dt.$$

   Näin saat n havaintoa $X_1, X_2, \ldots, X_n$ kyseisestä suureesta.

   a) Tulosta näistä havainnoista lasketut keskiarvot $\bar{X}_m$, $m = 10, 20, \ldots, 100$.

   b) Tulosta lisäksi näistä havainnoista lasketut otoshajonnat S_m, $m = 10, 20, \ldots, 100$.

   c) Laske ja tulosta lopuksi havaintojen keskiarvojen $\bar{X}_m$, $m = 10, 20, \ldots, 100$, luottamusvälit 95%:n luottamustasolla olettaen, että havainnot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita noudattaen normaalijakaumaa, jonka varianssi on kuitenkin tuntematon. (Osa tarvittavista Studentin t-jakauman fraktiileista löytyy tehtäväpaperin kääntöpuolelta; puuttuvat on helppo interpoloida.)

2. Modifioi tehtävässä 1 toteutettua simulointiohjelmaa siten, että asiakkaiden palveluaika on vakio 1 (eikä Exp(1)-jakaumasta). Kyseessä on siis M/D/1-FIFO jonomalli. Tee samat tilastolliset analyysit kuin tehtävässä 1.

3. *Kotitehtävä* (deadline 10.4. klo 9.00):
   Määritellään simuloinnin suhteellinen tarkkuus δ_n (n:n simulointitoiston jälkeen) havainnoista lasketun otoskeskiarvon $\bar{X}_n$ hajonnan ja odotusarvon väliseksi osamääräksi:

$$\delta_n = \frac{D[\bar{X}_n]}{E[\bar{X}_n]}.$$

   a) Arvioi tehtävässä 1 tehtyjen simulointien suhteellinen tarkkuus δ_{100}. Anna lisäksi arviosi suhteellisesta tarkkuudesta, jos 100:n simulointiajon sijasta olisikin tehty 1000 tai 10000 simulointiajoa, ts. arvioi tehtävän 1 tulosten perusteella myös δ_{1000} ja δ_{10000}.

   b) Tee samat tarkastelut tehtävän 2 tulosten perusteella, ts. arvioi δ_{100}, δ_{1000} ja δ_{10000}.

n	$t_{n,0.975}$
1	12.7
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.37
8	2.31
9	2.26
10	2.23
19	2.09
20	2.09
30	2.04
40	2.02
50	2.01
100	1.98
∞	1.96

Taulukko 1: Student(n)-jakauman fraktiili $t_{n,0.975}$.