

Tehtävät 2–3 ovat kotitehtäviä. Merkkää ratkaisemasi kotitehtävät laskuharjoitusten alussa kiertävään listaan.

1. *Demo*

Olkoon X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia. Tarkastellaan satunnaismuuttujaa $Z = aX + bY$ jossa a, b ovat reaalilukuja

(a) Määrää on satunnaismuuttujan Z odotusarvo ja varianssi.

(b) Olkoon $X \sim \text{Poisson}(3)$ ja $Y \sim \text{Poisson}(2)$, $a = b = 5$. Mikä on todennäköisyys $P(Z = 0)$?

2. *Kotitehtävä (1 piste)*

Oletetaan, että sulakkeen elinikä (sadoissa tunneissa) X on eksponenttijakautunut ja $P(X > 10) = 0.8$.

(a) Määrää jakauman parametri λ .

(b) Laske satunnaismuuttujan X odotusarvo ja varianssi.

(c) Mikä on eliniän mediaani, eli t jolle $P(X > t) = 0.5$?

3. *Kotitehtävä (1 piste)*

Osallistut tv-kisailuun, jossa eteesi tuodaan kolme laatikkoa. Yhdessä laatikoista on palkinto ja kaksi laatikoista on tyhjiä ja voittaaksesi sinun täytyy arvata missä laatikossa palkinto on. Shown juontaja pyytää sinua valitsemaan yhden laatikoista. Kun olet kertonut valintasi juontajalle, hän avaa toisen jäljellä olevista laatikoista, jonka hän tietää tyhjäksi (koska siis vain yksi sisältää palkinnon, ainakin toinen jäljellä olevista on tyhjä). Jäljellä on nyt siis kaksi suljettua laatikkoa, joista toinen on siis valitsemasi, ja juontaja kysyy haluatko vaihtaa valintaasi toiseen laatikkoon. Mikä on paras politiikka palkintolaatikon saamiseksi, kannattaako sinun aina pysyä päätöksessäsi, vaihtaa toiseen laatikkoon, vai onko politiikalla ollenkaan merkitystä tässä tapauksessa?

Ohje: Yksi tapa ratkaista tehtävä on käyttää ehdollisia todennäköisyyksiä. Sanotaan, että olet valinnut laatikon A ja juontaja avaa laatikon B. Laske ehdolliset todennäköisyydet tapaukselle “palkinto on A:ssa” ja tapaukselle “palkinto on C:ssä” ehdolla, että juontaja avaa B:n. Käytä Bayesin kaavaa ja mieti mitä ovat tarvittavat todennäköisyydet.