

1. Postimyyntiyhtiöön saapuu puhelinsoittoja poissonisesti keskimäärin yksi kahdessa minuutissa ja puheluiden kestot ovat eksponentiaalisesti jakautuneita keskiarvolla 3 minuuttia. Mikäli kaikki vastaajat ovat varattuja jää soittaja odottamaan linjalle kunnes häntä palvellaan. Kuinka monta vastaajaa yhtiön pitää palkata, jotta keskimääräinen odotusaika ei ole puolta minuuttia pidempi?
2. Jos yhden palvelimen jonojärjestelmässä asiakkaalta peritään jonkin säännön mukaan määräytyvä maksu, niin systeemin keskimääräinen ansionopeus  $= \lambda \cdot$  (asiakkaan keskimäärin suorittama maksu), missä  $\lambda$  on keskimääräinen asiakasvirta järjestelmän läpi.

Sovella tulosta  $M/G/1$ -jonoon, jossa maksu määräytyy seuraavasti: veloitus aikayksikköä kohti on sama kuin asiakkaan kulloinkin jäljelläoleva palveluaika. Laske keskimääräisen maksun suuruus. Osoita, että yllämainitun ansionopeuden ja systeemin keskimääräisen aikaveloituksen yhtäsuuruus saa muodon:

$$\bar{W} = \lambda (\bar{X} \bar{W} + \bar{X}^2/2),$$

missä  $W$  on odotusaika ja  $X$  palveluaika. Ratkaise  $\bar{W}$ . Minkä tuloksen olet johtanut?

3. Asiakkaita saapuu  $M/\text{Erlang}(k, \mu)/1$ -järjestelmään Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda$ . Mitkä ovat asiakkaan keskimääräiset viipymä- ja odotusajat järjestelmässä?
4. Kopiokoneelle tulee asiakkaita poissonisesti nopeudella 2/min. Kopioitavien sivujen lukumäärä on tasaisesti jakautunut välillä  $1, \dots, 5$ . Yhden kopion ottaminen kestää 4 s. Laske keskimääräinen odotusaika jonossa, kun
  - a) kopiokonetta käytetään saapumisjärjestyksessä (FIFO),
  - b) asiakkaille, joilla on enintään 1 kopioitava sivu annetaan ei-syrjäyttävä prioriteetti muihin nähden.
5. Tarkastellaan kahden luokan syrjäyttävää prioriteettijonoa, johon saapuu asiakkaita Poisson-prosessin mukaisesti, luokkaan 1 intensiteetillä  $\lambda_1$  ja luokkaan 2 intensiteetillä  $\lambda_2$ . Palveluajat ovat riippumattomia ja noudattavat kummassakin luokassa eksponenttijakaumaa odotusarvolla  $1/\mu$ . Määrä luokakohtaiset keskiviivet  $\bar{T}_1$  ja  $\bar{T}_2$ .
6. Tutkitaan  $n:n$  luokan ei-syrjäyttävää prioriteettijonoa: Oletetaan, että kullakin luokalla on tietty kustannusnopeus  $c_k$  aikayksikköä kohden, jonka asiakas joutuu odottamaan jonossa. Osoita, että kokonaiskustannus(nopeus) minimoituu kun luokat järjestetään siten, että

$$\frac{\bar{S}_1}{c_1} \leq \frac{\bar{S}_2}{c_2} \leq \dots \leq \frac{\bar{S}_n}{c_n},$$

missä  $\bar{S}_k$  on luokan  $k$  asiakkaan keskimääräinen palveluaika.

*Ohje:* Lausu kustannusnopeus muodossa  $\sum_k \left( \frac{c_k}{\bar{S}_k} \right) (\rho_k \bar{W}_k)$  ja sovelta Kleinrockin säilymislakia  $M/G/1$ -jonoille. Huomaa lisäksi, että kahden vierekkäisen luokan järjestyksen muuttaminen ei aiheuta muutoksia muiden luokkien kokemissa odotusajoissa.