

1. Kadunkulmauksen ohi ajaa tyhjiä takseja Poisson-prosessin mukaisesti keskimäärin 2/min. Asiakkaita saapuu kulmaukseen Poisson-prosessina nopeudella 1/min. Asiakas jää odottamaan ainoastaan, jos jonossa on vähemmän kuin 4 asiakasta. Kauanko jonottamaan jäävä asiakas keskimäärin joutuu odottamaan taksiin pääsyä?
2. Tarkastellaan seuraavalla tavalla muutettua $M/M/1$ -jonoa. Palvelun päätyttyä asiakas poistuu järjestelmästä ainoastaan todennäköisyydellä α , muussa tapauksessa, siis todennäköisyydellä $1 - \alpha$, hän menee uudelleen jonon perälle.
 - a) Piirrä tilasiirtymäkaavio ja ratkaise tasapainotodennäköisyydet.
 - b) Minkä ajan keskimäärin asiakas joutuu odottamaan systeemiin saapumishetkestään siihen, kun hän ensimmäisen kerran pääsee palveluun.
 - c) Millä todennäköisyydellä asiakas käy palvelimessa täsmälleen n kertaa?
 - d) Minkä ajan keskimäärin asiakas viettää palvelimessa (poislukien odotusaika jonossa).

3. Näytä, että Erlangin C -funktiolle (todennäköisyys, että asiakas joutuu odottamaan $M/M/n$ -jonossa) pätee

$$\frac{1}{C(n, a)} = \rho + \frac{1 - \rho}{E(n, a)}$$

missä n on palvelimien määrä, $a = \lambda/\mu$, $\rho = a/n$ (kuorma palvelinta kohti) ja $E(n, a)$ on Erlangin estofunktio.

4. Tarkastellaan modifioitua $M/M/2$ -järjestelmää, johon saapuu asiakkaita intensiteetillä λ ja jossa on kaksi erinopeuksista palvelinta, nopeudet μ_1 ja μ_2 . Tyhjään systeemiin saapuva asiakas ohjataan aina palvelimeen 1. Piirrä järjestelmän tilasiirtymäkaavio ja johda sen tasapainojakauma. Ohje: Tila jossa järjestelmässä on yksi asiakas, on jaettava kahdeksi eri tilaksi sen mukaan, kummassa palvelimessa asiakas on.
5. Asiakkaita saapuu $M/G/1$ -järjestelmään Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä λ . Kunkin asiakkaan palvelu muodostuu k :n eri tehtävän peräkkäisestä suorittamisesta (vasta kun kaikki tehtävät on suoritettu, voi seuraava asiakas päästä palveluun). Jokainen näistä tehtävistä on kestoaltaan muista riippumattomasti $\text{Exp}(\mu)$ -jakautunut. Mitkä ovat asiakkaan keskimääräiset viipymä- ja odotusajat järjestelmässä?
6. Tutkitaan seuraavaa yksinkertaistettua mallia.¹ Oletetaan että TCP paketit saapuvat Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä $\lambda = 100$ pkt/s reitittimenä toimivalle 2 Mbit/s DSL-modeemille. Pakettien kokojakauma ja palveluajat ovat seuraavat:

pituus	osuus	aika / ms
40	0.1	0.16
576	0.3	2.3
1500	0.6	5.9

Laske mikä on pakettien kokema keskimääräinen odotusaika jonossa, kun saapuvat paketit palvellaan

- a) saapumisjärjestyksessä (FIFO)
- b) lyhin paketti ensin järjestyksessä (ei-syrjäyttävä, shortest job first)

¹Tyypillisesti TCP pakettien pituusjakaumassa on kolme piikkiä: ensimmäinen 40 tavun kohdalla (ACK), toinen 576/576 tavun kohdalla (pienin sallittu paketin maksimipituus) ja kolmas 1500 tavun kohdalla (suurin mahdollinen paketin pituus Ethernetissä).