

1. Osoita suoraan laskemalla lähtien ei-syrjäyttävän prioriteettijonon keskimääräisen odotusajan lausekkeesta (ks. luennot), että suure $\sum_{k=1}^K \rho_k \bar{W}_k$ on luokkajaosta riippumaton vakio.

Ohje: Merkitse $R_k = \sum_{i=1}^k \rho_i$ ja määrää $\frac{1}{1-R_k} - \frac{1}{1-R_{k-1}}$.

2. Tutkitaan $n:n$ luokan ei-syrjäyttävää prioriteettijonoa: Oletetaan, että kullakin luokalla on tietty kustannusnopeus c_k aikayksikköä kohden, jonka asiakas joutuu odottamaan jonossa. Osoita, että kokonaiskustannus(nopeus) minimoituu kun luokat järjestetään siten, että

$$\frac{\bar{S}_1}{c_1} \leq \frac{\bar{S}_2}{c_2} \leq \dots \leq \frac{\bar{S}_n}{c_n},$$

missä \bar{S}_k on luokan k asiakkaan keskimääräinen palveluaika.

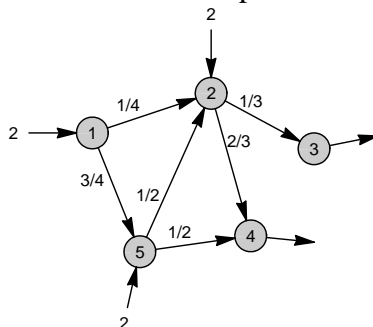
Ohje: Lausu kustannusnopeus muodossa $\sum_k \left(\frac{c_k}{S_k} \right) (\rho_k \bar{W}_k)$ ja sovelta Kleinrockin säilymislakia M/G/1-jonoille. Huomaa lisäksi, että kahden vierekkäisen luokan järjestyksen muuttaminen ei aiheuta muutoksia muiden luokkien kokemissa odotusajoissa.

3. Pollaczek-Khinchinin kaava odotusajan W tiheysfunktion Laplace-muunnokselle on

$$W^*(s) = \frac{s(1-\rho)}{s-\lambda+\lambda S^*(s)}$$

missä $S^*(s)$ on palveluajan S tiheysfunktion Laplace-muunnos ja $\rho = \lambda \bar{S}$. Johda uudelleen PK-keskiarvokaava odotusajalle tähän tulokseen nojautuen.

4. Sovella edellisen tehtävän Pollaczek-Khinchinin kaavaa $M/D/1$ -jonoon, missä palveluaika on vakio d . Laske odotusajan keskiarvo ja varianssi. Ohje: Määrää $S^*(s)$, kehitä se potenssisarjaksi, ota tästä sopiva määrä alkupään termejä ja suorita jakolasku.
5. Kuvan mukaisen avoimen Jacksonin jonoverkon solmuihin 1, 2 ja 5 saapuu ulkopuolelta Poissoniset pakettivirrat intensiteeteillä $\lambda = 2$ pakettia/s. Jokaisessa solmussa kullakin linkillä on oma puskurinsa. Solmuun saapuva kokonaisvirta jakautuu näihin puskureihin annettujen haarautumissuhteiden mukaisesti. Linkki solmusta 4 on kapasiteetiltaan $\mu = 8$ pakettia/s, ja muiden linkkien kapasiteetit ovat $\mu = 3$ pakettia/s. a) Mitkä ovat reittejä 1-2-3 ja 1-5-4 kulkevien pakettivirtojen keskiviiveet? b) Montako pakettia keskimäärin on yhtäaikaisesti matkalla verkossa? c) Mikä on kaikkien verkkoon tulevien pakettien viipymä verkossa keskimäärin?



6. Suljetun jonoverkon muodostaa kolme renkaaksi kytkettyä jonoa. Palvelimien palvelunopeudet ovat μ , 2μ ja 4μ . Verkossa kiertää kaksi asiakasta. Laske jonojen keskimääräiset miehitykset sekä asiakkaan keskimääräinen kiertoaika renkaassa.