TEKNILLINEN KORKEAKOULU | **Laskuharjoitus 4**
Tietoverkkolaboratorio | 27.11.2007
S-38.3143 Jonoteoria, II/2007 | Virtamo / Penttinen

1. Autoja saapuu katsastusasemalle keskimäärin 50 s välein, ja katsastus kestää keskimäärin 15 min (odotusaika mukaanlukien). Katsastuksen jälkeen 20 % autonomistajista jää aseman kahvilaan, missä he viettävät keskimäärin 10 min. Kuinka monta tarkastettavaa autoa keskimäärin on katsastusasemalla?

2. Kapasiteetiltaan rajoittamattomalle linkille, joka hetkellä 0 on tyhjä, alkaa saapua yhteyksiä Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä λ. Yhteyksien pitoaikojen oletetaan olevan toisistaan riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita keskiarvolla $1/\mu$. Tarkastellaan hetkellä $t \geq 0$ käynnissä olevien yhteyksien lukumäärää N_t. Määrää N_t:n jakautuma ja erityisesti sen keskiarvon käyttäytyminen ajan t funktiona. Ohje: Käynnissä olevien yhteyksien lukumäärä on sama kuin saapumisten lukumäärä välillä $(0, t)$ eräästä epähomogeenisesta Poisson-prosessista, joka saadaan alkuperäisestä Poisson-prosessista sopivan satunnaispoiminnan avulla.

3. Postimyyntiyhtiössä on tilaussoittoja vastaanottamassa 3 henkilöä. Puheluita saapuu Poisson-prosessina nopeudella 1/min ja puhelun keskipituus on 2 min.

   a) Millä todennäköisyydellä saapuva puhelu estyy, kun estyneitä puheluyrityksiä ei uusita?

   b) Kannattaako neljännen vastaajan palkkaaminen, jos vastaajan kokonaiskustannukset ovat 100 €/h ja tuotto tilausta kohti on keskimäärin 20 €?

4. Käyttäen Erlangin estofunktion rekursiota laske $E(n, 6)$ arvoilla $n = 0, \dots, 6$.

5. Tarkastellaan n:n palvelimen Erlangin estojärjestelmää, johon tarjotun liikenteen intensiteetti on a.

   a) Osoita suoraan laskemalla tasapainotilatodennäköisyyksistä, että järjestelmässä keskimäärin sisällä olevien asiakkaiden lukumäärä $\overline{N}$ on sama kuin $(1-\mathrm{E}(n, a))a$. Tulkitse tulos Littlen lauseen perusteella.

   b) Päättele Littlen tuloksen perusteella, kuinka pitkän ajan kerrallaan järjestelmä keskimäärin viettää tilassa $N = n$. (Ohje: Kuinka usein järjestelmä saapuu tilaan $N = n$? Tilan keskimääräinen miehitys on sama kuin ko. tilan tasapainotodennäköisyys; järjestelmä joko on tai ei ole ko. tilassa.) Päättele sama tulos suoraan eksponenttijakautuman ominaisuuksien perusteella.

6. Tutkitaan 2×1- ja 4×2-keskittimiä, joissa kuhunkin sisääntuloon saapuu tarjottuja kutsuja Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä γ. Keskimääräinen pitoaika on $1/\mu$ ja $\hat{a} = \gamma/\mu = 0.1$. Vertaa näissä keskittimissä todennäköisyyksiä, joilla vapaaseen tulolinjaan saapunut kutsu estyy sen vuoksi, että kaikki lähtölinjat ovat varattuja.